

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1°

A. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$ παριστάνει κύκλο, του οποίου να βρείτε κέντρο και ακτίνα.

(Μονάδες 13)

B. Έστω a, β, γ ακέραιοι αριθμοί. Να δείξετε ότι ισχύουν οι επόμενες ιδιότητες.

α. Αν a/β , τότε $a/\lambda\beta$ για κάθε ακέραιο λ .

(Μονάδες 4)

β. Αν a/β και a/γ , τότε $a/(\beta+\gamma)$

(Μονάδες 4)

Γ. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Αν $7/(a+5)$ και $7/(40-\beta)$, τότε:

α. $7/(a+\beta)$

β. $7/(a+\beta+1)$

γ. $7/(a+\beta+2)$

δ. $7/(a+\beta-3)$



μεταίχμιο
Φ Ρ Ο Ν Τ Ι Σ Τ Η Ρ Ι Ο

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 2°

Θεωρούμε τους ακέραιους αριθμούς της μορφής $a = 6k + u$, με $0 \leq u < 6$ και k ακέραιος. Να δείξετε ότι:

α. οι παραπάνω αριθμοί που δεν είναι πολλαπλάσια του 2 ή του 3 παίρνουν τη μορφή $a = 6k + 1$ ή $a = 6k + 5$, όπου k ακέραιος.

(Μονάδες 10)

β. το τετράγωνο κάθε ακεραίου αριθμού της μορφής του ερωτήματος (α) μπορεί να πάρει τη μορφή $a^2 = 3\mu + 1$, όπου μ ακέραιος.

(Μονάδες 10)

γ. Η διαφορά των τετραγώνων δύο ακεραίων του ερωτήματος (α) είναι πολλαπλάσιο του 3.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται η παραβολή $y^2 = 4x$. Να βρείτε:

A. την εστία και τη διευθετούσα της παραβολής.

(Μονάδες 6)

Β. τις ευθείες που διέρχονται από την εστία της παραβολής και απέχουν από την αρχή των αξόνων απόσταση ίση με $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(Μονάδες 10)

Γ. την εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής που είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x - 1$.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η έλλειψη: $C_1 : \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$

Α. Αν $\varepsilon', \varepsilon$ είναι οι εστίες της C_1 , να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου C_2 με διάμετρο $(\varepsilon'\varepsilon)$.

(Μονάδες 7)

Β. Αν M_1, M_2 τα σημεία τομής των C_1, C_2 με την ημιευθεία $y = x, x > 0$ αντίστοιχα, να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ των C_1, C_2 στα M_1 και M_2 αντίστοιχα.

(Μονάδες 11)

Γ. Να βρεθεί η οξεία γωνία των παραπάνω ευθειών ε_1 και ε_2 .

(Μονάδες 7)

