

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Αποδείξτε ότι κάθε ευθεία του επιπέδου έχει εξίσωση της μορφής $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ **(1)** και αντιστρόφως, κάθε εξίσωση της μορφής **(1)** παριστάνει ευθεία γραμμή.

(μονάδες 15)

B. Αποδείξτε ότι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1$, όπου $\lambda_1 = \lambda_{\vec{\alpha}}$ και $\lambda_2 = \lambda_{\vec{\beta}}$, $(\vec{\alpha}, \vec{\beta} \setminus x'y')$.

(μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Έστω τα $\vec{a}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ που δεν είναι παράλληλα ανά δύο. Αν $\vec{a} // (\vec{\beta} - \vec{\gamma})$ και $\vec{\beta} // (\vec{\gamma} - \vec{a})$ να δείξετε ότι $\vec{\gamma} = \vec{a} + \vec{\beta}$.

(μονάδες 11)

B. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{a} = (-1, 3)$ και τα διανύσματα $\vec{\beta}, \vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύουν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 2$ και $\vec{a} \cdot \vec{\gamma} = 1$. Να βρείτε την προβολή του $\vec{\delta} = \vec{a} - 2\vec{\beta} + 3\vec{\gamma}$ πάνω στο \vec{a} .

(μονάδες 14)

ΘΕΜΑ 3^ο

Οι συντεταγμένες ενός σημείου $M(x, y)$ επαληθεύουν την εξίσωση:
 $x^2 + 4y^2 - 3x - 6y + 4xy + 2 = 0$.

i. Να αποδείξετε ότι το M κινείται σε δύο ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$

(μονάδες 10)

ii. Να αποδείξετε ότι $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$

(μονάδες 5)

iii. Να βρείτε την απόσταση των δύο ευθειών.

(μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4^ο

Οι διανυσματικές ακτίνες $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{OG} = \vec{\gamma}$ των σημείων Α, Β και Γ είναι τέτοιες ώστε να ισχύουν : $|\vec{a}| = |\vec{\beta}| = 3$, $|\vec{\gamma}| = \sqrt{7}$, $\vec{a} + 2\vec{\beta} - 3\vec{\gamma} = \vec{0}$.

α) Δείξτε ότι τα Α,Β,Γ είναι συνευθειακά.

(μονάδες 5)

β) Βρείτε τα εσωτερικά γινόμενα $\vec{a}\vec{\beta}, \vec{\beta}\vec{\gamma}, \vec{\gamma}\vec{a}$ και την γωνία $(\vec{a}, \vec{\beta})$.

(μονάδες 5)

γ) Αν για το διάνυσμα \vec{x} ισχύουν $\vec{x} \parallel (\vec{\beta} - \vec{\gamma})$ και $(\vec{x} + \vec{a}) \perp (\vec{\beta} + \vec{\gamma})$:

i. Να δείξετε ότι $\vec{x} = -\frac{21}{4}(\vec{\beta} - \vec{\gamma})$

(μονάδες 10)

ii. Να βρείτε το $|\vec{x}|$.

(μονάδες 5)



Καλή Επιτυχία

Επιμέλεια: Μιχαήλ Γιώργος

