

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

**A.** Αν ένα πολυώνυμο  $P(x)$  διαιρούμενο με το  $Q(x)$  δίνει υπόλοιπο μηδέν, (με βαθμό  $P(x)$  μεγαλύτερο από βαθμό  $Q(x)$ ), να χαρακτηρίσετε Σ ή Λ καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

- i) Κάθε ρίζα του  $P(x)$  είναι και ρίζα του  $Q(x)$
- ii) Αν ο αριθμός  $\rho$  δεν είναι ρίζα του  $Q(x)$  τότε δεν είναι ρίζα και του  $P(x)$
- iii) Ο αριθμός  $\rho$  είναι ρίζα του  $Q(x)$  αν και μόνο αν ο  $\rho$  είναι ρίζα του  $P(x)$
- iv) Κάθε ρίζα του  $Q(x)$  είναι και ρίζα του  $P(x)$
- v) Το  $P(x)$  έχει ρίζες μόνο τις ρίζες του  $Q(x)$

**(Μονάδες 10)**

**B. 1.** Στη Στήλη Α δίνεται ο πρώτος όρος  $a_1$  και η διαφορά  $\omega$  τριών αριθμητικών προόδων και στη Στήλη Β ο νιοστός όρος  $a_n$  τεσσάρων αριθμητικών προόδων. Να γράψετε στο τετράδιό της το γράμμα της Στήλης Α και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της Στήλης Β που αντιστοιχεί στο σωστό νιοστό όρο.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $a_1 = 1, \omega = -2$	1. $a_n = -n$
β. $a_1 = 0, \omega = 3$	2. $a_n = 4n - 3$
γ. $a_1 = -1, \omega = -1$	3. $a_n = 3 - 2n$
	4. $a_n = 3n - 3$

**(Μονάδες 9)**

**2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**α.** Οι αριθμοί -5, 5, 15, με τη σειρά που σας δίνονται, είναι διαδοχικοί

όροι αριθμητικής προόδου.

**β.** Ο εικοστός όρος της αριθμητικής προόδου 10, 7, 4, ... είναι ίσος με 20.

**γ.** Σε κάθε αριθμητική πρόοδο  $(a_n)$  για τους όρους της  $a_2, a_4, a_6$

ισχύει η σχέση  $2a_4 = a_2 + a_6$

**(Μονάδες 6)**

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

- A.** Δίνεται το πολυώνυμο:  $P(x) = ax^3 + (\beta - 1)x^2 - 3x - 2\beta + 6$  με  $a, \beta \in R$
- α) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του  $P(x)$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x+1$  είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι:  $a = 2$  και  $\beta = 4$   
**(Μονάδες 10)**
- β) Για τις τιμές των  $a, \beta$  του ερωτήματος α), να λύσετε την ανίσωση  $P(x) \geq 0$   
**(Μονάδες 7)**
- B.** Δίνεται το πολυώνυμο:  $P(x) = a^2x^{2\nu+1} - (2a - \beta^2)x - 1$ . Να βρεθούν οι  $a, \beta \in R$  ώστε το  $x+1$  να είναι παράγοντας του  $P(x)$ .  
**(Μονάδες 8)**

## ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνεται η ακολουθία με γενικό όρο  $a_n = -11 + 2n$  με πρώτο όρο  $a_1$  καθώς και το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ .

**α)** Να αποδείξετε ότι η ακολουθία  $a_n$  είναι αριθμητική πρόοδος και έχει

πρώτο όρο  $a_1 = -9$  και διαφορά  $\omega = 2$ .

**(Μονάδες 9)**

**β)** Να βρείτε το άθροισμα  $S = a_{12} + a_{13} + \dots + a_{21}$ , όπου  $a_{12}, a_{13}, \dots, a_{21}$  είναι διαδοχικοί όροι της προόδου  $a_n$ .

**(Μονάδες 7)**

**γ)** Να αποδείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης  $P(x) = 0$  είναι διαδοχικοί όροι της παραπάνω προόδου  $a_n$ .

**(Μονάδες 9)**

## ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Ένας πληθυσμός βακτηριδίων τριπλασιάζεται σε αριθμό κάθε μια ώρα.

**A.** Αν αρχικά υπάρχουν 10 βακτηρίδια, να βρείτε το πλήθος των βακτηρίων ύστερα από 6 ώρες.

**(Μονάδες 9)**

**B.** Στο τέλος της έκτης ώρας ο πληθυσμός των βακτηριδίων ψεκάζεται με μια ουσία, η οποία σταματά τον πολλαπλασιασμό τους και συγχρόνως προκαλεί την καταστροφή  $3^3 \cdot 10$  βακτηριδίων κάθε ώρα.

**B.1.** Να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων που απομένουν 20 ώρες μετά τον ψεκασμό.

**(Μονάδες 8)**

**B.2.** Μετά από πόσες ώρες από τη στιγμή του ψεκασμού θα καταστραφούν όλα τα βακτηρίδια;  
**(Μονάδες 8)**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**  
Επιμέλεια: Χ. Χαντζή, Μ. Ψεύτη

