

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ
Α ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑ 1

A. α) Να αποδείξετε την ισοδυναμία $|x| \leq \vartheta \Leftrightarrow -\vartheta \leq x \leq \vartheta$ με $\vartheta > 0$.

10 μόρια

β) Να επιλυθεί η ανίσωση: $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{3}{2}$.

5 μόρια

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ).

i) Για $\beta \neq 0$ ισχύει $\frac{a}{\beta} > \gamma \Leftrightarrow a > \beta\gamma$

ii) $x^2 > a^2 \Leftrightarrow |x| > |a|$

iii) Αν $a\beta > 0$ τότε $\sqrt{\frac{a}{\beta}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\beta}}$

iv) Αν η εξίσωση $x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει $\Delta > 0$ και $\gamma > 0$ τότε έχει δυο ρίζες ομόσημες.

v) Αν οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - (\lambda - 1)x - 3\lambda^2 = 0$ είναι αντίθετες τότε $\lambda = 1$.

10 μόρια

ΘΕΜΑ 2

A. α) Αν $4x^2 + y^2 + \omega^2 - 4x + 2y + 2 = 0$ να βρεθούν οι x, y, ω .

10 μόρια

β) Αν $1 \leq x \leq 2$, $3 \leq y \leq 4$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις.

i) $2x + y$ ii) $\frac{x}{y}$ iii) $x^2 + 3y^2$

9 μόρια

B. Να συμπληρώσετε τα κενά με ένα από τα σύμβολα $>, <, =, \leq, \geq, \neq$ ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

i) Αν $1 < x$ τότε $x - 1 \dots 0$

ii) Αν $x < 1$ τότε $2x - 3 \dots 0$

iii) Αν $x \neq 1$ τότε $(x - 1)^2 \dots 0$

- iv) Αν α, β ομόσημοι τότε $\frac{1}{\alpha} \dots \frac{1}{\beta}$
 v) $a^3 < \beta^3 \Leftrightarrow a \dots \beta$
 vi) Αν α, β ετερόσημοι τότε $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \dots -2$

6 μόρια

ΘΕΜΑ 3

A. Για ποιες τιμές του x ορίζονται οι παραστάσεις:

i) $A = \sqrt{x-1}$ ii) $B = \frac{x+1}{\sqrt{1-2x}}$ iii) $\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ iv) $\Delta = \sqrt{|x|-x}$

12 μόρια

B. α) Να απλοποιηθεί η παράσταση $A = \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2}$ και για ποιες τιμές του x , αυτή είναι σταθερή (δηλαδή δεν εξαρτάται από το x).

7 μόρια

β) Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} - \sqrt{2-\sqrt{2}} = \sqrt{2+\sqrt{2}}$

6 μόρια



ΘΕΜΑ 4

A. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - \lambda + 1 = 0$ (1)

- i) Να βρεθεί το λ ώστε η (1) να έχει δυο ρίζες πραγ. και άνισες.
 ii) Αν $\lambda > 1$ δείξτε ότι (1) δεν έχει ρίζες αντίστροφες.
 iii) Αν οι ρίζες x_1, x_2 ικανοποιούν την σχέση $2x_1 + 2x_2 < 5$, να βρεθούν οι τιμές του λ .

15 μόρια

B. Να δείξετε ότι η εξίσωση $(1+a)x^2 + (a+\beta)x + \beta - 1 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $a \neq -1$

10 μόρια

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Επιμέλεια: Χαντζή Χριστίνα, Ψεύτη Μίνα